

$$[A] = [A]^T \quad (1.19)$$

Bila $[A]$ matriks antisimetri (yaitu suatu matrik A dengan unsur- unsur diagonalnya nol dan unsur-unsur terhadap diagonal sama besar tetapi berlainan tanda), maka :

$$[A] = -[A]^T \quad (1.20)$$

5. Hasil kali suatu matriks terhadap matriks transposenya selalu berupa matriks simetri.

$$[A][A]^T = [C], \quad (1.21)$$

maka, $[C]$ matriks simetri.

6. Suatu matriks bujur sangkar selalu dapat diuraikan menjadi penjumlahan dari matriks simetri dan matriks antisimetri.

Contoh :

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2,5 & 1,5 \\ 2,5 & 1 & 1,5 \\ 1,5 & 1,5 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -0,5 & 1,5 \\ 0,5 & 0 & 0,5 \\ -1,5 & -0,5 & 0 \end{bmatrix}$$

simetri

antisimetri

$$[a_{ij}] = [b_{ij}] + [c_{ij}] \quad (1.22)$$

dengan :

$$b_{ij} = \left(\frac{1}{2} \right) (a_{ij} + a_{ji}) \rightarrow \text{simetri}$$

$$c_{ij} = \left(\frac{1}{2} \right) (a_{ij} - a_{ji}) \rightarrow \text{antisimetri}$$

1.3.5. Invers matriks.

Suatu matriks $[A]$ disebut sebagai inversnya matriks $[B]$, bila hasil kali keduanya merupakan matriks satuan.

$$[A][B] = [I] \quad (1.23)$$

Langkah langkah proses invers matriks :

1. Gantikan masing-masing unsur matriks dengan masing-masing nilai kofaktornya.
2. Transposelan matriks yang diperoleh tersebut. Matriks ini kemudian disebut sebagai matriks *adjoint*.
3. Hitung nilai determinan (matriks) aslinya.
4. Bagilah unsur-unsur matriks *adjoint* dengan nilai determinan matriks aslinya.

Contoh : Inverskan matriks [A] berikut ini :

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{matrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{matrix}$$

Penyelesaian :

$$1. \quad A_{11} = 2, \quad A_{12} = -3, \quad A_{21} = -2, \quad A_{22} = 1$$

$$\begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$2. \quad A_{adj} = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$$

$$3. \quad \text{Determinan } | A | = 2 - 6 = -4$$

4. Matriks invers :

$$[A]^{-1} = -\frac{1}{4} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,5 & 0,5 \\ 0,75 & -0,25 \end{bmatrix}$$

5. Kontrol :

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0,5 & 0,5 \\ 0,75 & -0,25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Suatu matriks yang matriks inversnya sama dengan nol disebut matriks *singular*.

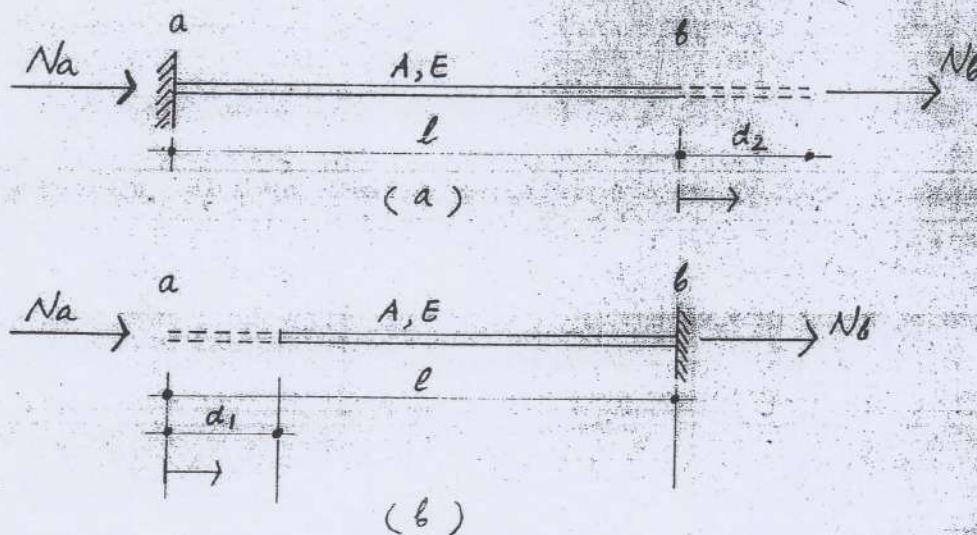
$$\begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{matrix}$$

1. ANALISIS STRUKTUR

Suatu konstruksi bangunan yang menerima beban luar, baik itu beban pada batang atau beban pada titik buhul, maka konstruksi tersebut akan mengalami deformasi. Secara umum deformasi tersebut berupa : deformasi aksial, lentur dan puntir.

2.1. Deformasi aksial

Dengan memperhatikan gambar 2.1, sebuah batang dibebani N_a dan N_b pada ujung-ujungnya, maka :



Gambar 2.1 Deformasi aksial batang



Syarat keseimbangan pada gambar 2.1(a)

$$N_a = \frac{A \cdot E}{L} d_2 \quad (2.1)$$

$$N_b = \frac{A \cdot E}{L} d_2$$

dan keseimbangan pada gambar 2.1(b)

$$N_a = \frac{A \cdot E}{L} d_1 \quad (2.2)$$

$$N_b = \frac{A \cdot E}{L} d_1$$

Dengan menggabungkan persamaan (2.1) dan (2.2), maka akan diperoleh :

$$N_a = + \frac{A \cdot E}{L} d_1 - \frac{A \cdot E}{L} d_2 \quad (2.3)$$

$$N_b = - \frac{A \cdot E}{L} d_1 + \frac{A \cdot E}{L} d_2$$

Persamaan (2.3) dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut :

$$\begin{Bmatrix} N_a \\ N_b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} + \frac{A \cdot E}{L} & - \frac{A \cdot E}{L} \\ - \frac{A \cdot E}{L} & + \frac{A \cdot E}{L} \end{bmatrix} \quad (2.3a)$$

atau :

$$\{ N \} = [k] \{ d \} \quad (2.3b)$$

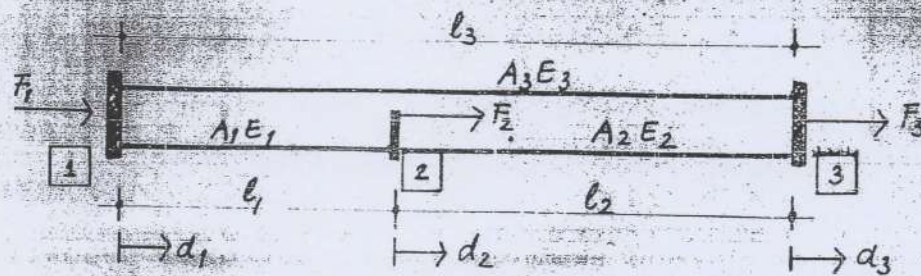
dengan :

$$\{ N \} = \text{matriks beban luar}$$

$$[k] = \text{matriks kekakuan batang}$$

$$\{ d \} = \text{matriks displacement}$$

Jika batangnya lebih dari satu yang dirangkai dalam satu konstruksi.



Gambar 2.2 Gabungan Batang

Dari gambar 2.2 nampak ,

[1], [2] dan [3] adalah nomor titik buhul

F_1 , F_2 dan F_3 adalah gaya luar

d_1 , d_2 dan d_3 adalah deformasi pada titik buhul 1, 2 dan 3

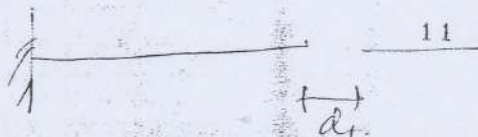
Sesuai dengan persamaan (2.3), maka dapat diperoleh :

$$\begin{aligned} F_1 &= + \frac{A_1 E_1}{l_1} d_1 - \frac{A_1 E_1}{l_1} d_2 + \frac{A_3 E_3}{l_3} d_1 - \frac{A_3 E_3}{l_3} d_3 \\ F_2 &= - \frac{A_1 E_1}{l_1} d_1 + \frac{A_1 E_1}{l_1} d_2 + \frac{A_2 E_2}{l_2} d_2 - \frac{A_2 E_2}{l_2} d_3 \\ F_3 &= - \frac{A_3 E_3}{l_3} d_1 - \frac{A_2 E_2}{l_2} d_2 + \frac{A_2 E_2}{l_2} d_3 + \frac{A_3 E_3}{l_3} d_3 \end{aligned} \quad (2.4)$$

Jika $k_1 = \frac{A_1 E_1}{l_1}$, $k_2 = \frac{A_2 E_2}{l_2}$ dan $k_3 = \frac{A_3 E_3}{l_3}$ maka pers-

amaan (2.4) menjadi sebagai berikut :

$$\begin{aligned} F_1 &= (k_1 + k_3) d_1 + (-k_1) d_2 + (-k_3) d_3 \\ F_2 &= (-k_1) d_1 + (k_1 + k_2) d_2 + (-k_2) d_3 \\ F_3 &= (-k_3) d_1 + (-k_2) d_2 + (k_2 + k_3) d_3 \end{aligned} \quad (2.5)$$



atau :

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 + k_3 & -k_1 & -k_3 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_3 & -k_2 & k_2 + k_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{Bmatrix} \quad (2.6)$$

Dalam keadaan yang sesungguhnya konstruksi seperti ini nampak pada gambar 2.2 tidak mungkin (karena tidak stabil). Agar stabil harus ada titik yang dipegang (di-konstrain). Misal titik 1 dipegang (dalam bentuk tumpuan), maka $d_1 = 0$. Sehingga persamaan 2.6 menjadi :

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 + k_3 & -k_1 & -k_3 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_3 & -k_2 & k_2 + k_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ d_2 \\ d_3 \end{Bmatrix} \quad (2.7)$$

Karena $d_1 = 0$, maka bagian yang diarsir pada persamaan (2.7) di atas dapat dihilangkan, sehingga persamaan (2.7) menjadi :

$$\begin{Bmatrix} F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 + k_3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} d_2 \\ d_3 \end{Bmatrix} \quad (2.8)$$

gaya
matriks kekakuan
displacement
luar
system struktur
yang terjadi.

Persamaan (2.8) dapat ditulis dalam bentuk :

$$\begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 + k_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} d_2 \\ d_3 \end{Bmatrix} \quad (2.9)$$

disusun
diletakkan
dihitung

"Joint Code" (JCODE) dan "Member Code" (MCODE)

JCODE adalah satu set angka yang terdiri atas nomor-nomor derajat kebebasan pada suatu titik.

MCODE adalah satu set angka yang terdiri atas nomor-nomor derajat kebebasan pada ujung-ujung suatu batang.